Arbeitsauftrag E2 A und E2 B im Fach Mathematik für den Zeitraum 11.05.-17.05. Mn

Lösen Sie nachfolgende Exponentialgleichungen. Hierbei sollen die Substitution und der Produktsatz vordergründig zur Anwendung kommen. Erarbeiten Sie sich dazu die 4 Fallbeispiele.

1. **Beispiel: Lösung mit Hilfe der Substitution**

$0 = 1{,}5e^{2x} - 10{,}5e^{x} + 18$

$0 = 1{,}5\left(e^{x}\right)^{2} - 10{,}5e^{x} + 18$ Subst.: $e^{x} = z$

$0 = 1{,}5z^{2} - 10{,}5z + 18$ Normieren: $\cdot \frac{1}{1{,}5}$

$0 = z^{2} - 7z + 12$ P-Q-Formel

$z_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{12(4)}{1(4)}}$

$z_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \frac{1}{2}$

$z_1 = 3$ $z_2 = 4$

Resubst.:

$e^{x_1} = z_1$ $e^{x_2} = z_2$

$e^{x_1} = 3$ ln $e^{x_2} = 4$ ln

$x_1 \ln(e) = \ln(3)$ Merke: $\ln(e) = 1$ $x_2 \ln(e) = \ln(4)$ Merke: $\ln(e) = 1$

$x_1 = \ln(3)$ $x_2 = \ln(4)$

2. **Beispiel: Lösung mit Hilfe der Substitution**

$0 = 4e^{4x} - 8e^{2x} - 60$

$0 = 4\left(e^{2x}\right)^{2} - 8e^{2x} - 60$ Subst.: $e^{2x} = z$

$0 = 4z^{2} - 8z - 60$ Normieren: $\cdot \frac{1}{4}$

$0 = z^{2} - 2z - 15$ P-Q-Formel

$z_1 = 5$ $z_2 = -3$

Resubst.:

$e^{2x_1} = z_1$ $e^{2x_2} = z_2$

$e^{2x_1} = 5$ ln $e^{2x_2} = -3$ ln

$2x_1 = \ln(5)$ $\cdot 0{,}5$ keine weiteren Lösungen, da $\ln(-3)$ n.d.

$x_1 = 0{,}5\ln(5)$

3. Beispiel: Lösung mit Hilfe des Produktsatzes

$0 = e^{2x-4}\left(-2x^2 - 12x - 10\right)$

Merke: $e^{u(x)}$ ist immer größer als null, egal wie der Exponent von e nun genau aussieht.
Wenn man nun den Produktsatz anwendet, genügt es also den anderen Faktor null zu setzen, da $e^{u(x)}$ immer ungleich null ist. Denn

$0 = e^{2x-4}$ ln

$\ln(0) = 2x - 4$ ergibt keine Lösung, da $\ln(0)$ nicht definiert ist.

Es bleibt also nur:

$0 = -2x^2 - 12x - 10$

$0 = x^2 + 6x + 5$ P-Q-Formel

$x_1 = -5$ $x_1 = -1$

4. Beispiel: Lösung mit Hilfe des Produktsatzes und der Substitution

$0 = e^{5x-1}\left(-3x^4 + 30x^2 - 27\right)$

Da $0 \neq e^{5x-1}$ bleibt nur

$0 = -3x^4 + 30x^2 - 27$

$0 = -3\left(x^2\right)^2 + 30x^2 - 27$ Subst.: $x^2 = z$

$0 = -3z^2 + 30z - 27$ Normieren: $\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)$

$0 = z^2 - 10z + 9$ P-Q-Formel

$z_1 = 9$ $z_2 = 1$

Resubst.:

$x^2 = z_1$	$x^2 = z_2$
$x^2 = 9$ $\sqrt{}$	$x^2 = 1$ $\sqrt{}$
$x_1 = -3$	$x_3 = -1$
$x_2 = 3$	$x_4 = 1$

Aufgaben:	Lösungen
a) $0=e^{5x-7}\left(1,5x^2-3x-22,5\right)$	$L=\{-3;5\}$
b) $0=e^{x^2-2x}\left(2,5x^4+12,5x^2-90\right)$	$L=\{-2;2\}$
c) $0=4,5e^{4x}+4,5e^{2x}-27$	$L=\left\{\frac{1}{2}\ln(2)\right\}$
d) $0=\frac{3}{4}e^{2x}-6\frac{3}{4}e^{x}+6$	$L=\{0;\ln(8)\}$
e) $0=e^{5x-2}\left(0,25x^3+1,5x^2+x\right)$	$L=\{0;1;1,5\}$
f) $0=e^{4-x}\left(1,25x^4+2,5x^2-30\right)$	$L=\{-2;2\}$
g) $0=2\frac{3}{4}e^{4x}+19\frac{1}{4}e^{2x}-22$	$L=\{0\}$
h) $0=e^{-3x^2+5x-2}\left(1,5x^5-15x^3+13,5x\right)$	$L=\{-3;-1;0;1;3\}$
i) $0=-3\frac{1}{2}e^{2x}+24\frac{1}{2}e^{x}-35$	$L=\{\ln(2);\ln(5)\}$
j) $0=4e^{4x}+16e^{2x}+12$	$L=\{\ \}$
k) $0=-0,25e^{4x}+0,75e^{2x}+1$	$L=\left\{\frac{1}{2}\ln(4)\right\}$
l) $0=e^{0,25x^2-x}\left(4x^4-4x^2-8\right)$	$L=\left\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\right\}$
m) $e^{-3x}=e^{1,5x^2-52,5}$	$L=\{-7;5\}$