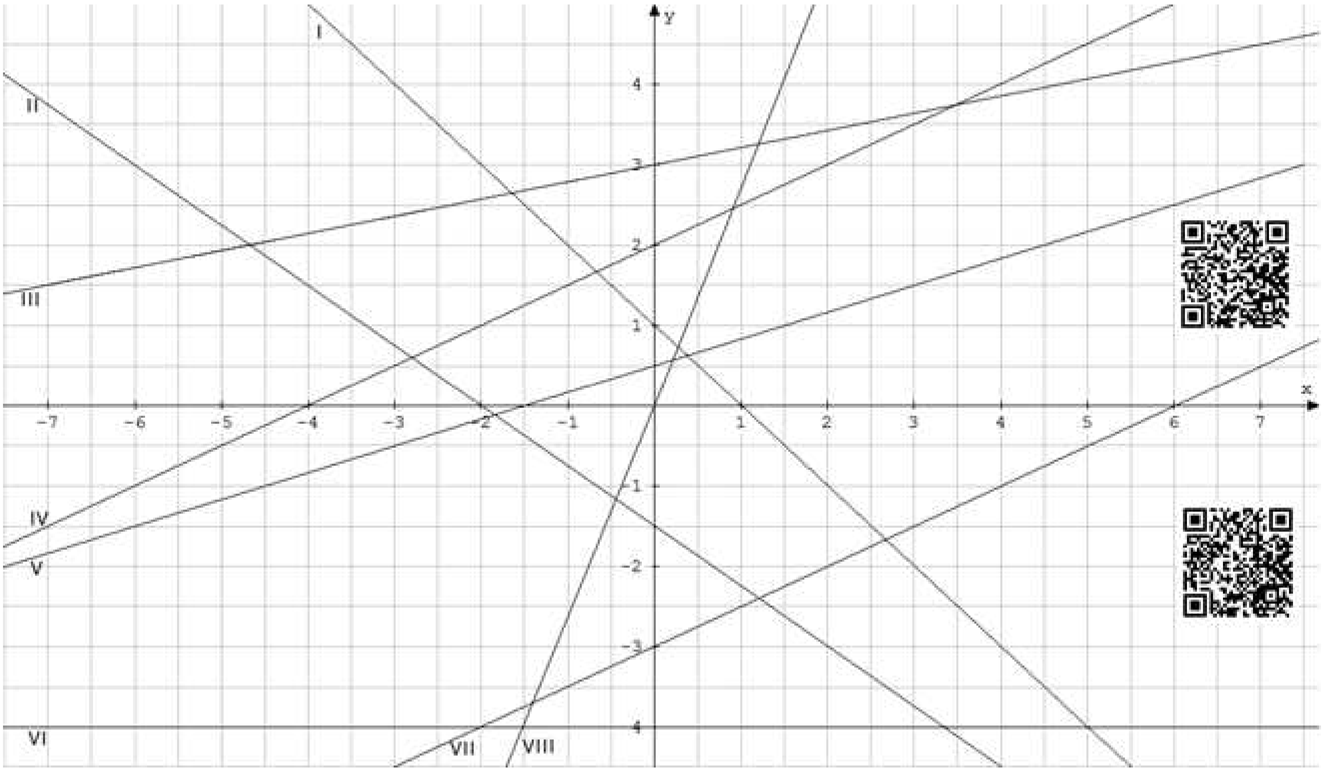
Aufgabenpool zur Vorbereitung auf den Eignungstest für die Einführungsphase II (Aufgaben)

Lineare Funktionen

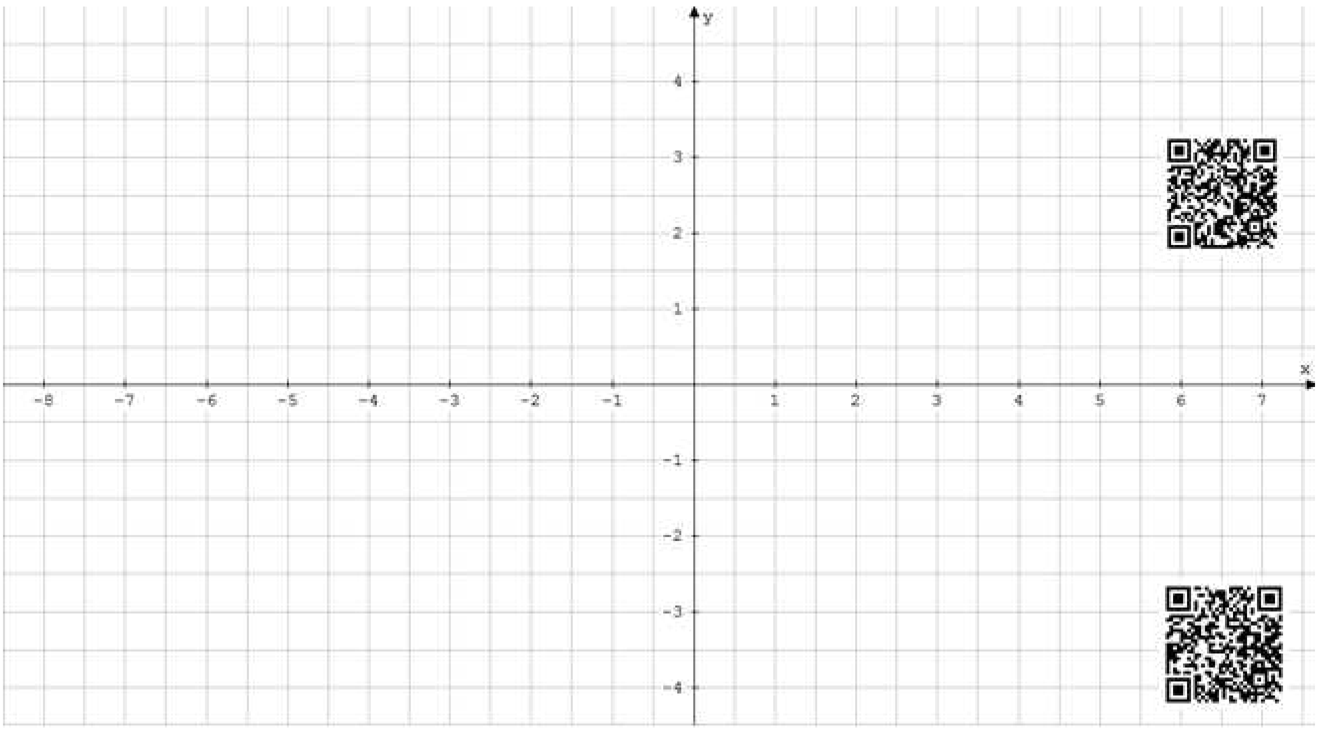
1.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung durch Ablesen am Graphen



I $f(x)=$..................... II $f(x)=$..................... III $f(x)=$..................... IV $f(x)=$.....................

V $f(x)=$..................... VI $f(x)=$..................... VII $f(x)=$..................... VIII $f(x)=$.....................

1.2 Zeichnen Sie die Graphen der lineareren Funktionen in das Koordinatensystem ein.



I $f(x)=-\frac{3}{5}x+2$ II $f(x)=3,5$ III $f(x)=-\frac{1}{2}x-2$ IV $f(x)=\frac{1}{2}x+1$

V $f(x)=\frac{5}{16}x-1$ VI $f(x)=\frac{1}{4}x-3$ VII $f(x)=2x+3$ VIII $f(x)=3x$

1.3 Parallelen und Orthogonalen

Prüfen Sie, ob die vorliegenden Geraden parallel oder orthogonal zueinander verlaufen. Begründen Sie

$f_1(x)=\frac{1}{2}x-7 \quad f_2(x)=0,5x+3 \quad f_3(x)=2x-4 \quad f_4(x)=-2x+5 \quad f_5(x)=-\frac{1}{2}x+8$

1.4 Berechnen Sie die Nullstellen und geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes mit der y-Achse an.

a) $f(x)=-0,2x-3$ b) $f(x)=3x-12$ c) $f(x)=0,5x-5$

d) $f(x)=\frac{3}{4}x-\frac{13}{2}$ e) $f(x)=-\frac{3}{5}x+7$ f) $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{7}{4}$

g) $f(x)=\frac{3}{4}x$ h) $f(x)=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$ i) $f(x)=-\frac{3}{4}$

1.5 Wertetabellen

Vervollständigen Sie jeweils die folgenden Wertetabellen. Prüfen Sie zudem, ob die angegeben Punkte zu der jeweiligen Gerade gehören.

a) $f(x)=-2x+4$ $P_1(5|6)$ $P_2(-5|6)$

x	-8	-3	2	7
$f(x)$				

b) $g(x)=-x-7$ $P_1(5|-12)$ $P_2(-3|4)$

x				
$g(x)$	-2	-4	-13	-15

c) $h(x)=-4x+8$ $P_1(-4|8)$ $P_2(6|-16)$

x		-2		9
$h(x)$	36		-12	

1.6 Funktionsgleichungen rechnerisch herleiten

Berechnen Sie jeweils die Funktionsgleichung der gesuchten Geraden.

a) Die Gerade verläuft durch die Punkte $A(2|-5)$ und $B(6|-2)$.

b) Die Gerade hat die Steigung $-0,5$ und geht durch den Punkt $C(8|-7)$.

c) Die Gerade hat die Nullstelle bei $x=8$ und geht durch den Punkt $D(12|1)$.

d) Die Gerade hat die Steigung $0,4$ und ihre Nullstelle ist bei $x=-3,75$.

e) Die Gerade ist orthogonal zu $g(x)=-2x+9$ und geht durch $E(-3|-4)$.

f) Die Gerade ist parallel zu $h(x)=5x-8$ und geht durch $F(1|3)$.

1.7 Schnittpunkte

Die Geraden $f(x)=1{,}5-2$ und $g(x)=0{,}75x+4$ sowie $h(x)=-3x-11$ spannen gemeinsam ein Dreieck auf. Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte von diesem Dreieck.

1.8 Textaufgaben

1.8.1 Stromtarif

Herr Mustermann bezahlt seinem Energieversorger einen Arbeitspreis von 25 Cent pro Kilowattstunde und einen Grundpreis von 7,50 € pro Monat.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die monatlichen Gesamtkosten in Anhängigkeit vom Verbrauch in kWh.

b) Im Januar verbraucht er 150 kWh. Berechnen Sie die Kosten.

c) Im Februar verbraucht er 225 kWh. Berechnen Sie die Kosten.

d) Im März beträgt seine Stromrechnung 55 €. Berechnen Sie den Verbrauch.

e) Im April beträgt seine Stromrechnung 68,50 €. Berechnen Sie den Verbrauch.

f) Sein Nachbar hat in den vergangenen Monaten 46 € für 180 kWh und 57 € für 235 kWh bezahlt. Berechnen Sie dessen Arbeitspreis.

1.8.2 Badewanne

Am Ende eines stressigen Arbeitstages gönnt sich Herr Schneider ein Bad. Nach dem Ziehen des Stöpsels fließen 15 l/min aus der 135 l fassenden Badewanne.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für den restlichen Badewanneninhalt in Abhängigkeit von der Zeit in Minuten.

b) Wie viel Wasser ist nach 3,5 min noch in der Badewanne?

c) Wie lange läuft das Wasser schon ab, wenn in der Badewanne noch 60 l sind?

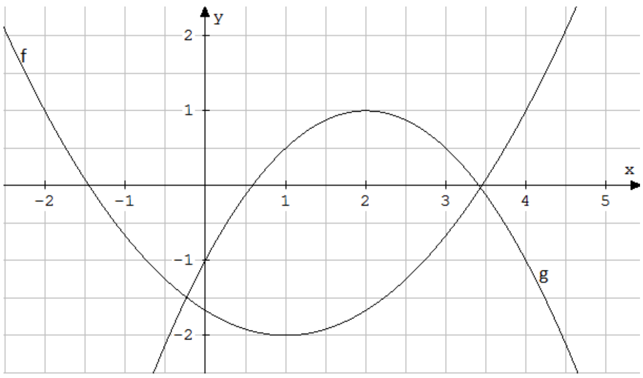
d) Nach welcher Zeit ist die Badewanne halb leer?

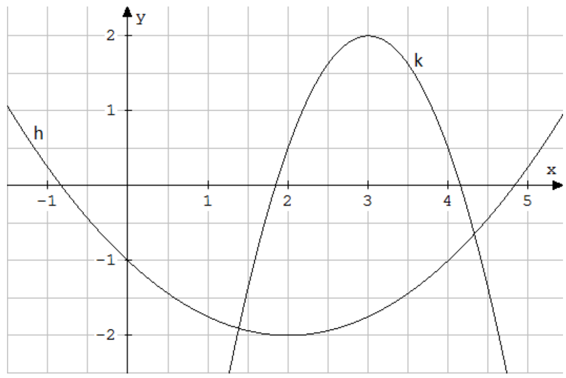
e) Wie lange dauert es, bis die Badewanne leer ist?

Quadratische Funktionen

2.1 Funktionsgleichung in der allgemeinen Scheitelpunktform $f(x) = a\left(x - x_S\right)^2 + y_S$ herleiten

Geben Sie dazu die Koordinaten des Scheitelpunktes sowie die eines beliebigen anderen Punktes, den Sie zur Berechnung der Scheitelform verwenden, an.





$f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $S\left(\ldots|\ldots\right)$; $F\left(\ldots|\ldots\right)$ $h(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $S\left(\ldots|\ldots\right)$; $H\left(\ldots|\ldots\right)$

$g(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $S\left(\ldots|\ldots\right)$; $G\left(\ldots|\ldots\right)$ $k(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $S\left(\ldots|\ldots\right)$; $K\left(\ldots|\ldots\right)$

2.2 Funktionsgleichung in der allgemeinen Form $f(x) = ax^2 + bx + c$ herleiten

a) Die gesuchte Funktion zweiten Grades geht durch die Punkte $A\left(4|-20\right)$, $B\left(3|-8\right)$ und $C\left(-2|-8\right)$.

b) Die gesuchte Funktion zweiten Grades geht durch die Punkte $A\left(-1|-30\right)$, $B\left(-6|90\right)$ und $C\left(-4|24\right)$.

c) Die gesuchte Funktion zweiten Grades geht durch die Punkte $A\left(-2|0\right)$, $B\left(1|-30\right)$ und $C\left(-1,5|1,25\right)$.

2.3 Nullstellen berechnen

a)	$f(x) = -\left(x+2\right)^2 + 4$	b)	$f(x) = 3x^2 - 6x$	c)	$f(x) = -\left(x+4\right)^2 + 9$
d)	$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$	e)	$f(x) = -2x^2 + 8$	f)	$f(x) = 0,5x^2 - 4x + 8$
g)	$f(x) = -0,25x^2 - 2x - 3$	h)	$f(x) = 3x^2 - 30x + 77$	i)	$f(x) = -\left(x+5\right)^2 - 1$

2.4 Wertetabellen

Vervollständigen Sie jeweils die folgenden Wertetabellen. Prüfen Sie zudem, ob die angegeben Punkte zu der jeweiligen Parabel gehören.

a) $f(x)=\frac{2}{3}(x-2)^2-5$ $\quad P_1(1|-4)$ $\quad P_2(6|5)$

x	-1	$0,5$	2	5
$f(x)$				

b) $g(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{2}x+\frac{9}{4}$ $\quad P_1(5|-4)$ $\quad P_2(2|-1,5)$

x_1				
x_2				
$g(x)$	5	1	-1	-3

c) $h(x)=-\frac{1}{2}(x-4)^2+5$ $\quad P_1(7|1)$ $\quad P_2(9|-7,5)$

x_1			2	
x_2		5		
$h(x)$	6			-3

2.5 Schnittpunkte

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von den beiden Parabeln.

a) $f(x)=-0,5x^2+4x-6$ $\quad g(x)=0,5x^2-2x+2$

b) $h(x)=-0,25x^2+1,5x+5,75$ $\quad k(x)=2x^2-12x+17$

c) $p(x)=1,5x^2+3x-10,5$ $\quad q(x)=-0,5x^2+3x-8,5$

2.6 Textaufgaben

2.6.1

Der Wasserstrahl aus einem Springbrunnen erreicht eine maximale Höhe von 3m und trifft 2m von der ebenerdigen Austrittsöffnung wieder auf der Wasseroberfläche auf. In welcher Höhe muss man ein Becherglas, das sich horizontal gemessen 1,5m von der Austrittsöffnung entfernt befindet, halten, um in ihm Wasser aufzufangen?

2.6.2

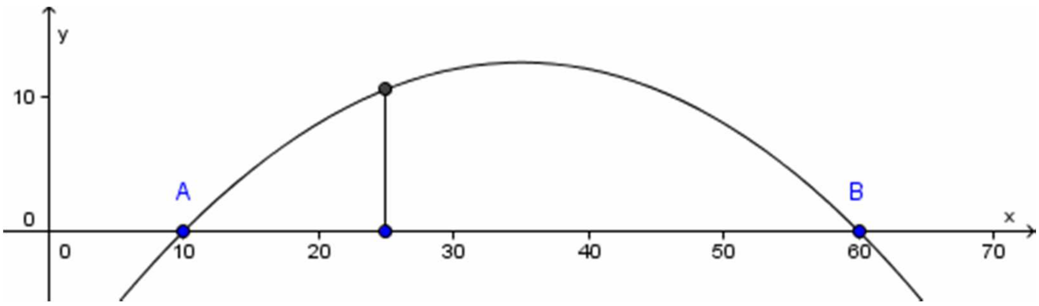
Der Bogen einer parabelförmigen Hängebrücke lässt sich beschreiben durch die Funktion mit der Gleichung

$f(x) = -0,02x^2 + 1,4x - 12$

a) Berechnen Sie, wie hoch die Brücke ist.

b) Berechnen Sie die Länge der Brücke zwischen den beiden Auflagepunkten A und B.

c) Berechnen Sie die Länge des Stützpfeilers, der 10m vom Brückenmittelpunkt entfernt ist.



Lineare und Quadratische Funktionen gemischt

3. Lagebeziehung zwischen linearen und quadratischen Funktionen

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von den beiden Funktionen.

a)	$f(x) = 3(x-3)^2 - 5$	$g(x) = -3x + 10$
b)	$f(x) = 0,5(x-4)^2 - 6,5$	$g(x) = x - 9$
c)	$f(x) = -0,2(x+3)^2 - 7$	$g(x) = -0,5x - 8$
d)	$f(x) = 0,25(x+1)^2 - 4$	$g(x) = -x - 6$
e)	$f(x) = 4(x-1)^2 - 3$	$g(x) = -2x + 1$

Gleichungen höherer Ordnung

4.1 Lösungsverfahren benennen

Kreuzen Sie das Lösungsverfahren an, welches Sie als erstes zum Lösen der Gleichung durchführen.

Gleichung	x oder x^n ausklammern	Substitution	pq-Formel
$0=3x^6-2x^5+5x^4$			
$0=3x^3-2x^2+5x$			
$0=3x^4-2x^2+5$			
$0=3x^5-2x^3+5x$			
$0=3x^2-2x+5$			

4.2 Gleichungen höherer Ordnung lösen

a) $0=x^5-116x^3+1600x$

b) $0=x^5-1296x$

c) $10x(5x-12)=x^4+(5x-12)^2$

d) $5(-16)=-x(2x+6)$

e) $0=x^5-89x^3+1600x$

f) $0=x^5-41x^3-392x$

g) $10x(5x-12)=x^4+(5x-12)^2$

h) $2x^2=2x^3+8x^2-36x$

Potenzrechnung

5.1 Vereinfachen Sie soweit wie möglich.

a) $\frac{x^{-3}}{x^5}=$

b) $\frac{y^4}{y^{-1}}=$

c) $\frac{6^2}{3^2}=$

d) $z^{-2}z^5=$

e) $\frac{x^{-n}}{x}=$

f) $\frac{y^4}{y^{-n}}=$

g) $\frac{2^{-n+2}}{2^{-n-2}}=$

h) $z^{-2n}z^{5n-1}=$

i) $\left(\frac{x^{-2}}{x^{-4}}\right)^{-1}=$

j) $\frac{y^{2n}}{\left(y^{-n}\right)^2}=$

k) $\frac{z^{-4n}}{z^{-1}\left(z^{-2n}\right)^3}=$

l) $\left(\frac{a^4b^{-2}c^{-5}}{xy^{-2}}\right)^{-2}=$

m) $\left(\frac{x^{-1}yz^2}{(ab)^2}\right)^{-1}=$

n) $x^{2m-4}y^{2n-2}z^5x^{7-2m}y^{-(n-3)}z^{-4}=$

o) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\cdot(ab)^{-3}\cdot\left(a^{-3}\right)^{-1}=$

Formelblatt für den Vorkurs und Einführungsphase

Lineare Funktionen	Quadratische Funktionen
$f(x) = mx + b$ mit $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	allgemeine Form: $f(x) = ax^2 + bx + c$ Scheitelpunktform: $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ Faktorform: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Quadratische Gleichungen

Normalform: $0 = x^2 + px + q$ pq-Formel: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	Diskriminante der pq-Form: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ $\mathrm{D} > 0 \Rightarrow 2$ Lösungen $\mathrm{D} = 0 \Rightarrow 1$ Lösung $\mathrm{D} < 0 \Rightarrow$ keine Lösungen

Binomische Formeln

I $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	II $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	III $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Wurzel- und Potenzgesetze

1 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	***2*** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	***3*** $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	***4*** $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
5 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	***6*** $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	***7*** $a^0 = 1$	***8*** $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
9 $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	***10*** $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	***11*** $(\sqrt{a})^2 = a$	***12*** $\sqrt{a^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$
13 $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^{m+n}}$	***14*** $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a^{m-n}}$	***15*** $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	***16*** $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Logarithmengesetze

1	***2*** $u, v > 0$	***3***	***4***
$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$	$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$	$\log_a u^r = r \cdot \log_a u$	$\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$

Differenzialrechnung

Differenzialquotient (1. Ableitung) von f an der Stelle $\mathrm{x_0}$	$\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$
1. Ableitung von f (Ableitungsfunktion)	$\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$

Differenziationsregeln $\mathrm{u} = \mathrm{u}(\mathrm{x})$ $\mathrm{v} = \mathrm{v}(\mathrm{x})$ $\mathrm{c} \in \mathrm{IR}$

Faktorregel	$y = c \cdot u \Rightarrow y' = c \cdot u'$	Produktregel	$y = u \cdot v \Rightarrow y' = u' \cdot v + u \cdot v'$
Summenregel	$y = u \pm v \Rightarrow y' = u' \pm v'$	Kettenregel	$y = f(g(x))$ bzw. $y = f(u)$ mit $u = g(x)$ $\Rightarrow y' = f'(u) \cdot g'(x)$

Aufgabenpool zur Vorbereitung auf den Quereinstiegstest für die Einführungsphase II (Lösungen)

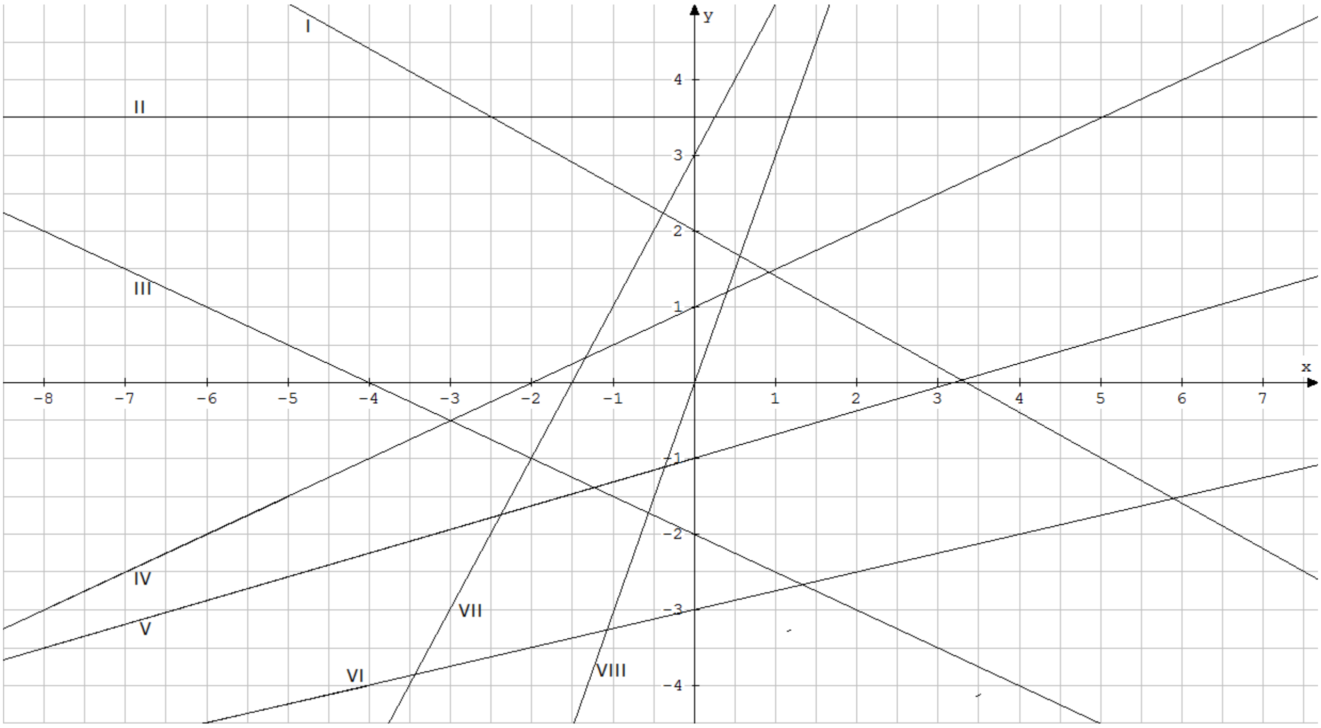
Lineare Funktionen

1.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung durch Ablesen am Graphen

I $f(x) = -x+1$ II $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1,5$ III $f(x) = \frac{3}{14}x+3$ IV $f(x) = \frac{1}{2}x+2$

V $f(x) = \frac{1}{3}x+0,5$ VI $f(x) = -4$ VII $f(x) = \frac{1}{2}x-3$ VIII $f(x) = -\frac{8}{3}x$

1.2 Zeichnen Sie die Graphen der lineareren Funktionen in das Koordinatensystem ein.



I $f(x) = -\frac{3}{5}x+2$ II $f(x) = 3,5$ III $f(x) = -\frac{1}{2}x-2$ IV $f(x) = \frac{1}{2}x+1$

V $f(x) = \frac{5}{16}x-1$ VI $f(x) = \frac{1}{4}x-3$ VII $f(x) = 2x+3$ VIII $f(x) = 3x$

1.3 Parallelen und Orthogonalen

$f_1 || f_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ $f_1 \perp f_4 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_4 = -1$ $f_2 \perp f_4 \Leftrightarrow m_2 \cdot m_4 = -1$ $f_3 \perp f_5 \Leftrightarrow m_3 \cdot m_5 = -1$

1.4 Nullstellen und y-Achsenabschnitt

a) $f(x)=-0,2x-3$
$x=-15 \quad S_Y(0|-3)$

b) $f(x)=3x-12$
$x=4 \quad S_Y(0|-12)$

c) $f(x)=0,5x-5$
$x=10 \quad S_Y(0|-5)$

d) $f(x)=\frac{3}{4}x-\frac{13}{2}$
$x=\frac{26}{3} \quad S_Y(0|-6,5)$

e) $f(x)=-\frac{3}{5}x+7$
$x=\frac{35}{3} \quad S_Y(0|7)$

f) $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{7}{4}$
$x=-\frac{21}{8} \quad S_Y\left(0\middle|\frac{7}{4}\right)$

g) $f(x)=\frac{3}{4}x$
$x=0 \quad S_Y(0|0)$

h) $f(x)=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$
$x=1 \quad S_Y(0|-0,75)$

i) $f(x)=-\frac{3}{4}$
$keine\ NS \quad S_Y(0|-,75)$

1.5 Wertetabellen

a) $f(x)=-2x+4$ $\qquad P_1(5|6)\notin f$ $\qquad P_2(-5|6)\notin f$

x	-8	-3	2	7
$f(x)$	20	10	0	-10

b) $g(x)=-x-7$ $\qquad P_1(5|-12)\in g$ $\qquad P_2(-3|4)\notin g$

x	-5	-3	6	8
$g(x)$	-2	-4	-13	-15

c) $h(x)=-4x+8$ $\qquad P_1(-4|8)\notin h$ $\qquad P_2(6|-16)\in h$

x	-7	-2	5	9
$h(x)$	36	16	-12	-28

1.6 Funktionsgleichungen rechnerisch herleiten

Berechnen Sie jeweils die Funktionsgleichung der gesuchten Geraden.

a) Die Gerade verläuft durch die Punkte $A(2|-5)$ und $B(6|-2)$. $\rightarrow f(x)=0,75x-6,5$
b) Die Gerade hat die Steigung $-0,5$ und geht durch den Punkt $C(8|-7)$. $\rightarrow f(x)=-0,5x-3$
c) Die Gerade hat die Nullstelle bei $x=8$ und geht durch den Punkt $D(12|1)$. $\rightarrow f(x)=0,25x-2$
d) Die Gerade hat die Steigung $0,4$ und ihre Nullstelle ist bei $x=-3,75$. $\rightarrow f(x)=0,4x+1,5$
e) Die Gerade ist orthogonal zu $g(x)=-2x+9$ und geht durch $E(-3|-4)$. $\rightarrow f(x)=0,5x-2,5$
f) Die Gerade ist parallel zu $h(x)=5x-8$ und geht durch $F(1|3)$. $\rightarrow f(x)=5x-2$

1.7 Schnittpunkte

Die Geraden $f(x)=1{,}5-2$ und $g(x)=0{,}75x+4$ sowie $h(x)=-3x-11$ spannen gemeinsam ein Dreieck auf. Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte von diesem Dreieck.

Schnittpunkt zwischen f und g : $S_1\left(8|10\right)$

Schnittpunkt zwischen f und h : $S_2\left(-2|-5\right)$

Schnittpunkt zwischen g und h : $S_3\left(-4|1\right)$

1.8 Textaufgaben

1.8.1 Stromtarif

Herr Mustermann bezahlt seinem Energieversorger einen Arbeitspreis von 25 Cent pro Kilowattstunde und einen Grundpreis von 7,50 € pro Monat.

a) Funktionsgleichung für die monatlichen Gesamtkosten. $\rightarrow f(x)=0{,}25x+7{,}5$

b) Im Januar verbraucht er 150 kWh. Berechnen Sie die Kosten.
$\rightarrow f(150)=0{,}25(150)+7{,}5=45$

c) Im Februar verbraucht er 225 kWh. Berechnen Sie die Kosten.
$\rightarrow f(225)=0{,}25(225)+7{,}5=63{,}75$

d) Im März beträgt seine Stromrechnung 55 €. Berechnen Sie den Verbrauch. $\rightarrow x=\dfrac{55-7{,}5}{0{,}25}=190$

e) Im April beträgt seine Stromrechnung 68,50 €. Berechnen Sie den Verbrauch.
$\rightarrow x=\dfrac{68{,}5-7{,}5}{0{,}25}=244$

f) Sein Nachbar hat in den vergangenen Monaten 46 € für 180 kWh und 57 € für 235 kWh bezahlt. Berechnen Sie dessen Arbeitspreis. $\rightarrow f(x)=0{,}2x+10$

1.8.2 Badewanne

Am Ende eines stressigen Arbeitstages gönnt sich Herr Schneider ein Bad. Nach dem Ziehen des Stöpsels fließen 15 l/min aus der 135 l fassenden Badewanne.

a) Funktionsgleichung für den restlichen Badewanneninhalt. $\rightarrow f(x)=-15x+135$

b) Wie viel Wasser ist nach 3,5 min noch in der Badewanne? $\rightarrow f(3{,}5)=-15(3{,}5)+135=82{,}5$

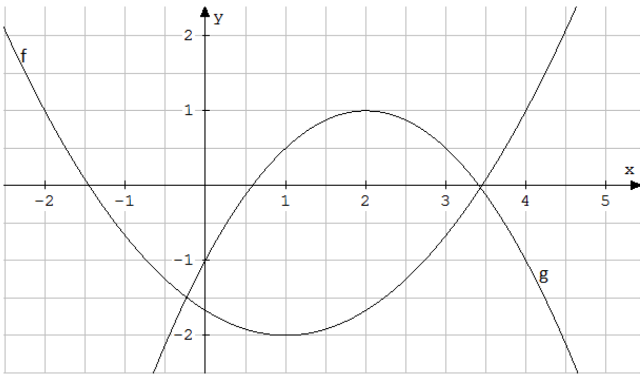
c) Wie lange läuft das Wasser schon ab, wenn in der Badewanne noch 60 l sind? $\rightarrow x=\dfrac{60-135}{-15}=5$

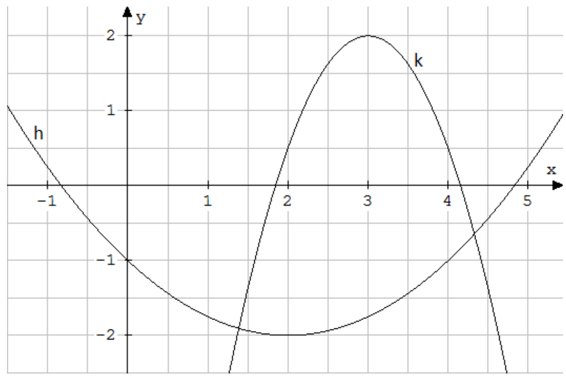
d) Nach welcher Zeit ist die Badewanne halb leer? $\rightarrow x=\dfrac{67{,}5-135}{-15}=4{,}5$

e) Wie lange dauert es, bis die Badewanne leer ist? $\rightarrow x=\dfrac{0-135}{-15}=9$

Quadratische Funktionen

2.1 Funktionsgleichung in der allgemeinen Scheitelpunktform $f(x)=a\left(x-x_S\right)^2+y_S$ herleiten





$f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-2 \qquad S(1|-2)\ ;\ F(4|1)$

$g(x)=-0{,}5(x-2)^2+1 \qquad S(2|1)\ ;\ G(4|-1)$

$h(x)=\frac{1}{4}(x-2)^2-2 \qquad S(2|-2)\ ;\ H(0|-1)$

$k(x)=-1{,}5(x-3)^2+2 \qquad S(3|2)\ ;\ K(2|0{,}5)$

Beispiel zur Bestimmung von $f(x)$:	Beispiel zur Bestimmung von $k(x)$:
$f(x)=a\left(x-x_S\right)^2+y_S$	$k(x)=a\left(x-x_S\right)^2+y_S$
$S(1\|-2) \quad\rightarrow\quad f(x)=a(x-1)^2-2$	$S(3\|2) \quad\rightarrow\quad k(x)=a(x-3)^2+2$
$F(4\|1) \quad\rightarrow\quad 1=a(4-1)^2-2$	$K(2\|0{,}5) \quad\rightarrow\quad 0{,}5=a(2-1)^2+2$
$1=9a-2$	$0{,}5=a+2$
$a=\frac{1}{3}$	$a=-1{,}5$
$\rightarrow\quad f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-2$	$\rightarrow\quad k(x)=-1{,}5(x-3)^2+2$

2.2 Funktionsgleichung in der allgemeinen Form $f(x)=ax^2+bx+c$ herleiten

a) Die gesuchte Funktion zweiten Grades geht durch die Punkte $A(4|-20)$, $B(3|-8)$ und $C(-2|-8)$.

$$
\begin{array}{llll}
A(4|-20) & I\quad -20=a(4)^2+b(4)+c & I\quad -20=16a+4b+c & \rightarrow \textit{Lösung des LGS ergibt:} \\
B(3|-8) & II\quad -8=a(3)^2+b(3)+c & II\quad -8=9a+3b+c & f(x)=ax^2+bx+c \\
C(-2|-8) & III\quad -8=a(-2)^2+b(-2)+c & III\quad -8=4a-2b+c & f(x)=-2x^2+2x+4
\end{array}
$$

b) Die gesuchte Funktion zweiten Grades geht durch die Punkte $A(-1|-30)$, $B(-6|90)$ und $C(-4|24)$.

$$
\begin{array}{llll}
A(-1|-30) & I\quad -30=a(-1)^2+b(-1)+c & I\quad -30=a-b+c & \rightarrow \textit{Lösung des LGS ergibt:} \\
B(6|90) & II\quad 90=a(6)^2+b(6)+c & II\quad 90=36a+6b+c & f(x)=ax^2+bx+c \\
C(-4|24) & III\quad 24=a(-4)^2+b(-4)+c & III\quad 24=16a-4b+c & f(x)=3x^2-3x-36
\end{array}
$$

c) Die gesuchte Funktion zweiten Grades geht durch die Punkte $A(-2|0)$, $B(1|-30)$ und $C(-1{,}5|1{,}25)$.

$\rightarrow \textit{Lösung des LGS ergibt:}\ f(x)=-5x^2-15x-10$

2.3 Nullstellen berechnen

a) $f(x) = -(x+2)^2 + 4$
$x_1 = -4 \quad x_2 = 0$

b) $f(x) = 3x^2 - 6x$
$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$

c) $f(x) = -(x+4)^2 + 9$
$x_1 = -7 \quad x_2 = -1$

d) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$
$x_1 = 3$

e) $f(x) = -2x^2 + 8$
$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$

f) $f(x) = 0,5x^2 - 4x + 8$
$x_1 = 4$

g) $f(x) = -0,25x^2 - 2x - 3$
$x_1 = -6 \quad x_2 = -2$

h) $f(x) = 3x^2 - 30x + 77$
keine NS

i) $f(x) = -(x+5)^2 - 1$
keine NS

2.4 Wertetabellen

a) $f(x) = \frac{2}{3}(x-2)^2 - 5$ $\qquad P_1(1|-4) \notin f \qquad P_2(6|5) \notin f$

x	-1	$0,5$	2	5
$f(x)$	1	$-3,5$	-5	1

b) $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{9}{4}$ $\qquad P_1(5|-4) \in g \qquad P_2(2|-1,5) \notin g$

x_1	-1	$0,5$	$1,5$	3
x_2	11	$9,5$	$8,5$	7
$g(x)$	5	1	-1	-3

c) $h(x) = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 5$ $\qquad P_1(7|1) \notin h \qquad P_2(9|-7,5) \in h$

x_1	$n.d.$	3	2	0
x_2	$n.d.$	5	6	8
$h(x)$	6	$4,5$	3	-3

2.5 Schnittpunkte

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von den beiden Parabeln.

a) $f(x) = -0{,}5x^2 + 4x - 6$ $\quad g(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 2$ $\quad \rightarrow S_1(2|0)$ $\quad S_2(4|2)$

b) $h(x) = -0{,}25x^2 + 1{,}5x + 5{,}75$ $\quad k(x) = 2x^2 - 12x + 17$ $\quad \rightarrow S_1(1|7)$ $\quad S_2(5|7)$

c) $p(x) = 1{,}5x^2 + 3x - 10{,}5$ $\quad q(x) = -0{,}5x^2 + 3x - 8{,}5$ $\quad \rightarrow S_1(-1|-12)$ $\quad S_2(1|-6)$

2.6 Textaufgaben

2.6.1

Der Wasserstrahl aus einem Springbrunnen erreicht eine maximale Höhe von 3m und trifft 2m von der ebenerdigen Austrittsöffnung wieder auf der Wasseroberfläche auf. In welcher Höhe muss man ein Becherglas, das sich horizontal gemessen 1,5m von der Austrittsöffnung entfernt befindet, halten, um in ihm Wasser aufzufangen?

$$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$$

$S(1|3) \quad \rightarrow \quad f(x) = a(x-1)^2 + 3$

$N(2|0) \quad \rightarrow \quad 0 = a(2-1)^2 + 3$

$$0 = a + 3$$
$$a = -3$$

$$\rightarrow \quad f(x) = -3(x-1)^2 + 3$$
$$f(1{,}5) = -3(1{,}5-1)^2 + 3 = 2{,}25\ m$$

2.6.2

Der Bogen einer parabelförmigen Hängebrücke lässt sich beschreiben durch die Funktion mit der Gleichung $f(x) = -0{,}02x^2 + 1{,}4x - 12$

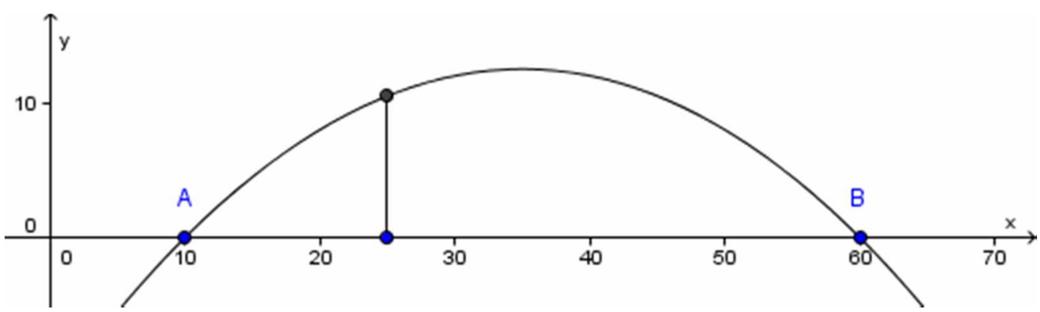
a) Berechnen Sie, wie hoch die Brücke ist. $f(35) = -0{,}02(35)^2 + 1{,}4(35) - 12 = 12{,}5\ m$

b) Berechnen Sie die Länge der Brücke zwischen den beiden Auflagepunkten A und B.

$$0 = -0{,}02x^2 + 1{,}4x - 12$$
$$x_1 = 10 \qquad x_2 = 60$$
$$Differenz\ zwischen\ den\ Nullstellen: 50\ m$$

c) Berechnen Sie die Länge des Stützpfeilers, der 10m vom Brückenmittelpunkt entfernt ist.

$$f(25) = -0{,}02(25)^2 + 1{,}4(25) - 12 = 10{,}5\ m$$



Lineare und Quadratische Funktionen gemischt

3. Lagebeziehung zwischen linearen und quadratischen Funktionen

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von den beiden Funktionen.

a) $f(x)=3(x-3)^2-5$ $\quad g(x)=-3x+10$ $\quad \rightarrow S_1(1|7) \quad S_2(4|-2)$

b) $f(x)=0,5(x-4)^2-6,5$ $\quad g(x)=x-9$ $\quad \rightarrow S_1(3|-6) \quad S_2(7|-2)$

c) $f(x)=-0,2(x+3)^2-7$ $\quad g(x)=-0,5x-8$ $\quad \rightarrow$ kein Schnittpunkt

d) $f(x)=0,25(x+1)^2-4$ $\quad g(x)=-x-6$ $\quad \rightarrow S_1(-3|-3)$ (Berührpunkt)

e) $f(x)=4(x-1)^2-3$ $\quad g(x)=-2x+1$ $\quad \rightarrow S_1(0|1) \quad S_2(1,5|-2)$

Gleichungen höherer Ordnung

4.1 Lösungsverfahren benennen

Kreuzen Sie das Lösungsverfahren an, welches Sie als erstes zum Lösen der Gleichung durchführen.

Gleichung	x oder x^n ausklammern	Substitution	pq-Formel
$0=3x^6-2x^5+5x^4$	x (x^4)		
$0=3x^3-2x^2+5x$	x		
$0=3x^4-2x^2+5$		x	
$0=3x^5-2x^3+5x$	x		
$0=3x^2-2x+5$			x

4.2 Gleichungen höherer Ordnung lösen

a) $0=x^5-116x^3+1600x \quad L=\{-10;-4;0;4;10\}$

b) $0=x^5-1296x \quad L=\{-6;0;6\}$

c) $10x(5x-12)=x^4+(5x-12)^2 \quad L=\{-4;-3;3;4\}$

d) $5(-16)=-x(2x+6) \quad L=\{-8;5\}$

e) $0=x^5-89x^3+1600x \quad L=\{-8;-5;0;5;8\}$

f) $0=x^5-41x^3-392x \quad L=\{-7;0;7\}$

g) $10x(5x-12)=x^4+(5x-12)^2 \quad L=\{-4;-3;3;4\}$

h) $2x^2=2x^3+8x^2-36x \quad L=\{-6;0;3\}$

Potenzrechnung

5.1 Vereinfachen Sie soweit wie möglich.

a) $\frac{x^{-3}}{x^5} = x^{-8}$ b) $\frac{y^4}{y^{-1}} = y^5$ c) $\frac{6^2}{3^2} = 2^2 = 4$ d) $z^{-2} z^5 = z^3$

e) $\frac{x^{-n}}{x} = x^{-n-1}$ f) $\frac{y^4}{y^{-n}} = y^{4+n}$ g) $\frac{2^{-n+2}}{2^{-n-2}} = 2^4 = 16$ h) $z^{-2n} z^{5n-1} = z^{3n-1}$

i) $\left(\frac{x^{-2}}{x^{-4}}\right)^{-1} = \frac{x^2}{x^4} = x^{-2}$ j) $\frac{y^{2n}}{\left(y^{-n}\right)^2} = \frac{y^{2n}}{y^{-2n}} = y^{4n}$ k) $\frac{z^{-4n}}{z^{-1}\left(z^{-2n}\right)^3} = \frac{z^{-4n}}{z^{-1} z^{-6n}} = \frac{z^{-4n}}{z^{-6n-1}} = z^{2n+1}$

l) $\left(\frac{a^4 b^{-2} c^{-5}}{xy^{-2}}\right)^{-2} = \frac{a^{-8} b^4 c^{10}}{x^{-2} y^4} = \frac{x^2 b^4 c^{10}}{a^8 y^4}$ m)

$$\left(\frac{x^{-1} y z^2}{(ab)^2}\right)^{-1} = \frac{x y^{-1} z^{-2}}{a^{-2} b^{-2}} = \frac{x a^2 b^2}{y z^2}$$

n) $x^{2m-4} y^{2n-2} z^5 x^{7-2m} y^{-(n-3)} z^{-4} = x^{2m-4} x^{7-2m} y^{2n-2} y^{-(n-3)} z^5 z^{-4} = x^3 y^{n+1} z$

o) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2} \cdot (ab)^{-3} \cdot \left(a^{-3}\right)^{-1} = a^{-2} b^2 a^{-3} b^{-3} a^3 = a^{-2} a^{-3} a^3 b^2 b^{-3} = a^{-2} b^{-1}$